

ESTIMASI BAYESIAN PADA MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL DENGAN VARIABEL KATEGORIK TERURUT

*Rini Yunita, Subanar, Abdurrahman

Prodi Teknik Komputer, STT Payakumbuh, Jl. Khatib Sulaiman Sawah Padang Payakumbuh 26227
Jurusan Matematika FMIPA UGM

email: riniyunita121n1@gmail.com, riniyunita_84@yahoo.com

Submitted: 16-05-2016, Rewiewed:16-05-2016, Accepted:17-05-2016

<http://dx.doi.org/10.22216/jit.2016.v10i2.420>

Abstract

This article explains about parameter estimation of structural equation model with ordered categorical variable using Bayes method. The basic assumptions of SEM are the data type is continuous, minimum scale is interval, and it has to satisfy the normality assumption. The categorical data is ordinal data which the observation is in discrete form, and to treat the categorical data as normally distributed continuous data is by finding threshold parameter for each categorical data. Bayes method only focuses on individual data by combining sample data and the research data before (prior information), in order to minimize the error rate. Hence, the parameter estimation of structural equation model can be obtained well. In this estimation process, it is done numerically by using Monte Carlo method, i.e. Gibbs Sampling and Metropolis Hasting.

Keywords: *Structural Equation Modeling ,categorical data, Threshold, Gibbs Sampling, Metropolis Hasting.*

Abstrak

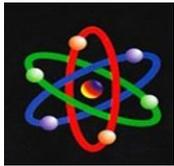
Dalam artikel ini dijelaskan tentang estimasi parameter dari model persamaan struktural dengan variabel kategorik terurut dengan menggunakan metode Bayes. Asumsi dasar dari SEM adalah jenis datanya kontinu dan minimal berskala interval serta memenuhi asumsi normalitas. Sementara data kategorik merupakan data ordinal dengan pengamatan dalam bentuk diskrit, untuk dapat memperlakukan data kategorik sebagai data kontinu berdistribusi normal yaitu dengan mencari treshold parameter untuk masing-masing data kategorik. Metode Bayes hanya berfokus pada data individu dengan menggabungkan antara data sampel dengan data penelitian sebelumnya (informasi prior), dengan tujuan untuk meminimalkan tingkat kesalahan. Sehingga estimasi parameter dari model persamaan struktural dapat dihasilkan dengan baik. Dalam proses estimasi, hal ini dilakukan secara numerik dengan menggunakan metode Monte Carlo, yaitu Gibbs Sampling dan Metropolis Hasting.

Kata Kunci: *Model Persamaan Struktural, data kategorik, Treshold, Gibbs Sampling, Metropolis Hasting*

PENDAHULUAN

Model Persamaan Struktural (*Structural Equation Modelling/SEM*) merupakan sebuah teknik pemodelan statistik yang digunakan untuk menganalisis data yang melibatkan variabel indikator (*manifes*) dan variabel laten. Variabel indikator (*manifes*)

merupakan konstruk abstrak yang dapat diukur, contohnya inflasi dapat diukur dengan angka indek harga konsumen, kinerja perusahaan dapat diukur dengan laba. Sedangkan variabel laten merupakan konstruk abstrak yang tidak dapat diukur langsung. Variabel ini diukur dengan



seperangkat pertanyaan berupa disain kuesioner

Asumsi yang mendasari model persamaan struktural adalah jenis data kontinu dan minimal berskala interval. Tetapi dalam banyak penelitian seringkali data berasal dari variabel kategorik terurut dengan pengamatan dalam bentuk diskrit. Pendekatan awal untuk menganalisis variabel diskrit adalah dengan memperlakukan data kategorik terurut sebagai manifestasi dari sebuah variabel y yang normal. Pengukuran eksak y kontinu tidak tersedia, tetapi terkait dengan variabel kategoris terurut z yang diamati seperti berikut:

untuk $k = 1, 2, 3, 4$ dengan $z = k$

jika $\alpha_{k-1} < y \leq \alpha_k$ dimana

$-\infty = \alpha_0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4 = \infty$ dan $\alpha_1, \alpha_2,$

dan α_3 adalah threshold. Sehingga pengamatan kategorik terurut dapat ditangkap sebagai $N(0,1)$ dengan threshold yang sesuai (Lee, 2007).

Selama ini metode yang paling banyak dipakai dalam fungsi kecocokan untuk model persamaan struktural adalah fungsi *Maximum Likelihood* (ML). Pemakaian metode ini didasari pada asumsi bahwa variabel-variabel manifestasinya berdistribusi normal multivariate.

SEM dengan data kategorik terurut tidak dapat diasumsikan berdistribusi normal multivariat, maka salah satu metode estimasi yang dapat menganalisis SEM dengan data kategorik terurut adalah estimasi Bayesian. SEM Bayesian hanya berfokus pada penggunaan data individu dengan memanfaatkan informasi prior sebagai informasi awal untuk memperoleh distribusi posterior, Sementara itu SEM klasik berfokus pada estimasi matriks kovariansi model, selanjutnya diuji kedekatannya

dengan matriks kovarian sampel, menggunakan uji chi-square (Lee, 2007)

METODE PENELITIAN

Metode Bayes

Metode Bayes merupakan metode inferensi yang menggabungkan antara data sampel saat ini dengan data penelitian sebelumnya (data prior). Berbeda dengan metode klasik inferensi sepenuhnya didasarkan pada informasi yang diperoleh melalui data sampel populasi.

Distribusi prior merupakan distribusi awal yang harus ditentukan terlebih dahulu sebelum merumuskan distribusi posteriornya. Distribusi prior disebut juga distribusi subjektif karena didasarkan pada keyakinan peneliti sebelum data sampel diambil. Distribusi prior seringkali dinotasikan dengan $\pi(\theta)$.

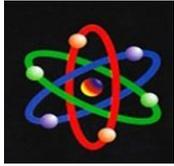
Menurut Box dan Tiao (1973) distribusi posterior sebanding dengan perkalian likelihood dari data dengan distribusi prior.

Parameter Ambang (Threshold Parameter)

Korelasi polikhorik adalah ukuran asosiasi untuk peubah ordinal yang dilatarbelakangi oleh peubah kontinu. Misal peubah ordinal z dilatarbelakangi oleh peubah kontinu y . Jika ada m titik skala ordinal, maka hubungan antara z dan y adalah:

$$z = k \Leftrightarrow \alpha_{k-1} < y \leq \alpha_k, k = 1, 2, \dots, m$$

dimana $-\infty = \alpha_0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_{k-1} < \alpha_k = +\infty$ adalah parameter ambang (*threshold parameter*) bagi y . Jika ada m kategori pada peubah kategorik, maka ada $m-1$ titik parameter ambang $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{m-1}$. Misalkan $\Phi(u)$ fungsi distribusi normal baku untuk y , maka peluang kategori ke- k dapat



didefinisikan sebagai berikut:

$$\pi_k = P(z=k) = P(\alpha_{k-1} < y \leq \alpha_k) = \int_{\alpha_{k-1}}^{\alpha_k} \phi(u) du = \Phi(\alpha_k) - \Phi(\alpha_{k-1})$$

sehingga

$$\alpha_k = \Phi^{-1}(\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_k), \quad k=1,2,\dots,m-1$$

dimana Φ^{-1} merupakan fungsi invers dari distribusi normal baku, dan π_k adalah peluang kumulatif dari kategori ke- k . Besarnya peluang dari π_k tidak diketahui. Dalam praktek nilainya diduga dari proporsi p_k data sampel. Maka parameter ambang (*threshold* parameter) dapat didugadengan:

$$\hat{\alpha}_k = \Phi^{-1}(p_1 + p_2 + \dots + p_k)$$

$$\hat{\alpha}_k = \Phi^{-1}\left(\sum_{k=1}^{m-1} \frac{n_k}{N}\right), \quad k=1,2,\dots,m-1$$

Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Terdapat dua algoritma utama dalam MCMC, yaitu algoritma Metropolis-Hastings dan algoritma Gibbs sampling: Algoritma Metropolis-Hastings Langkah-langkah dasar dari algoritma ini adalah:

Pertama diambil nilai awal X_0 untuk $j=1,2,\dots$ untuk membangkitkan $Y \sim q(\cdot | X_j)$ Selanjutnya bangkitkan sampel acak U dari distribusi Uniform $[0,1]$

$$\text{Jika diperoleh } U < \min\left(1, \frac{\pi(Y)q(X_j | Y)}{\pi(X_j)q(Y | X_j)}\right)$$

maka diambil $Y = X_{j+1}$

$$\text{Jika diperoleh } U > \min\left(1, \frac{\pi(Y)q(X_j | Y)}{\pi(X_j)q(Y | X_j)}\right),$$

maka diambil $X_{j+1} = X_j$

ulangi langkah tersebut untuk proses selanjutnya sampai k iterasi yang

diinginkan. (Gilks, Richardson, & Spiegelhalter, 1996)

Algoritma Gibbs Sampling

Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

Pertama tentukan nilai awal $x^0 = (x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ Selanjutnya bangkitkan

$$X_1^{(1)} \text{ dari } p_1(x_1 | x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$$

$$X_2^{(1)} \text{ dari } p_2(x_2 | x_1^{(1)}, x_3^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$$

:

$$X_n^{(1)} \text{ dari } p_n(x_n | x_1^{(1)}, \dots, x_{n-1}^{(1)})$$

Sehingga diperoleh parameter baru $(X_1^{(1)}, \dots, X_n^{(1)})$

Gunakan $(X_1^{(1)}, \dots, X_n^{(1)})$ sebagai nilai awal

Untuk proses selanjutnya sampai k iterasi yang diinginkan (Gilks et al., 1996)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam menganalisis model persamaan struktural dengan pendekatan Bayesian hal pertama yang harus ditentukan adalah model dari persamaan struktural. Secara umum model persamaan struktural (Lee, 2007) terdiri dari dua model yaitu model pengukuran dan model struktural.

$$y_i = \mu + \Lambda \omega_i + \epsilon_i \quad i=1,\dots,n$$

adalah model pengukuran

$$\text{dan } \eta_i = \Pi \eta_i + \Gamma \xi_i + \delta_i$$

adalah model struktural

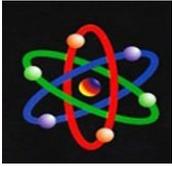
dengan asumsi

$$\xi_i \sim N(0, \Phi)$$

$$\delta_i \sim N(0, \Psi_\delta)$$

$$\Psi_\delta = \text{diag}(\psi_{\delta_1}, \dots, \psi_{\delta_l}), l=1,2,\dots,q_l$$

dimana ξ_i dan δ_i saling independen



$\varepsilon_i \sim N(0, \Psi_\varepsilon)$ dengan $\Psi_\varepsilon = \text{diag}(\psi_{\varepsilon 1}, \dots, \psi_{\varepsilon k}), k=1, 2, \dots, p$

$\omega_i \sim N(0, \Sigma_\omega)$

dan $\Pi_0 = |I - \Pi|$ adalah non singular

Estimasi Parameter

Misalkan $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ matriks dari data kategorik terurut, dan $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ sebagai matriks dari pengukuran laten kontinu yang berhubungan dengan data kategorik terurut, serta $\Omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ matriks dari variabel laten. Data pengamatan Z diaugmentasi dengan data laten $[Y, \Omega]$ dalam analisis posterior. $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s)$ merupakan *threshold* dari data kategorik dengan $s = n - 1$ kategori. Misalkan θ sebagai parameter struktural yang mengandung semua parameter yang tidak diketahui dalam $\mu, \Phi, \Lambda, \Lambda_\omega, \Psi_\delta, \Psi_\varepsilon$.

Dengan menggunakan estimasi Bayesian akan dicari distribusi posterior dari

$$[\alpha, \theta, \Omega, Y | Z]$$

Distribusi Posterior dari Variabel Laten

(Ω)

Diasumsikan $y_i \sim N(\Lambda \omega_i, \Psi_\varepsilon)$

dan $\omega_i \sim N(0, \Sigma_\omega)$

$p(\omega_i | y_i, \theta) \propto$

$$N\left(\left(\Sigma_\omega^{-1} + \Lambda^T \Psi_\varepsilon^{-1} \Lambda\right)^{-1} \Lambda^T \Psi_\varepsilon^{-1} (y_i - \mu), \left(\Sigma_\omega^{-1} + \Lambda^T \Psi_\varepsilon^{-1} \Lambda\right)^{-1}\right)$$

Adalah distribusi posterior dari variabel laten Ω

Distribusi Posterior dari μ

Distribusi prior dari parameter μ adalah $\mu \sim N[\mu_0, \Sigma_0]$ dan distribusi posterior dari μ adalah:

$$p(\mu | \Lambda, \Psi_\varepsilon, \Omega, Y) =$$

$$N\left[\left(n \Psi_\varepsilon^{-1} + \Sigma_0^{-1}\right)^{-1} \left(n \Psi_\varepsilon^{-1} \bar{Y} + \Sigma_0^{-1} \mu_0\right), \left(n \Psi_\varepsilon^{-1} + \Sigma_0^{-1}\right)^{-1}\right]$$

Distribusi Posterior dari Φ

Distribusi prior untuk Φ adalah $\Phi \sim IW_q[R_0^{-1}, \rho_0]$ dan distribusi posterior dari $p(\Phi | \Omega_2)$ adalah:

$$p(\Phi | \Omega_2) \sim IW_{q/2}\left[\left(\Omega_2 \Omega_2^T + R_0^{-1}\right), n + \rho_0\right]$$

Distribusi Posterior dari Λ dan Ψ_ε

Distribusi prior untuk parameter Λ dan Ψ_ε adalah $\Lambda_k \sim N[\Lambda_{0k}, H_{0\Lambda k}]$ dan

$\psi_{\varepsilon k}^{-1} \sim \text{Gamma}[\alpha_{0\varepsilon k}, \beta_{0\varepsilon k}]$ dan distribusi posterior dari Λ_k^* dan $\psi_{\varepsilon k}^{-1}$ adalah

$$\left(\Lambda_k^* | Y_k^*, \omega_{\varepsilon k}^{-1}, \Omega^*\right) \sim N\left(A_{\Lambda k}, \psi_{\varepsilon k}^{-1} A_{\Lambda k}^{-1}\right) \text{ dan}$$

$$\left(\psi_{\varepsilon k}^{-1} | Y_k^*, \Omega^*\right) \sim \text{Gamma}\left(\frac{n}{2} + \alpha_{0\varepsilon k}, \beta_{\varepsilon k}\right)$$

Distribusi Posterior dari Λ_ω dan Ψ_δ

Distribusi prior untuk parameter Λ_ω

dan Ψ_δ adalah $\psi_{\delta l}^{-1} \sim \text{Gamma}[\alpha_{0\delta l}, \beta_{0\delta l}]$

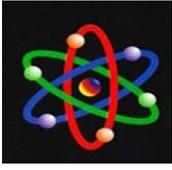
dan $[\Lambda_{\omega l} | \psi_{\delta l}] \sim N[\Lambda_{0\omega l}, \psi_{\delta l} H_{0\Lambda \omega l}]$ dan

distribusi posterior untuk parameter Λ_ω dan

Ψ_δ adalah

$$\left(\Lambda_{\omega l}^* | \Omega_{\eta l}^*, \psi_{\delta l}^{-1}, \Omega^*\right) \sim N\left(A_{\Lambda \omega l}, \psi_{\delta l}^{-1} A_{\Lambda \omega l}^{-1}\right) \text{ dan}$$

$$\left(\psi_{\delta l}^{-1} | \Omega_{\eta l}^*, \Omega^*\right) \sim \text{Gamma}\left(\frac{n}{2} + \alpha_{0\delta l}, \beta_{0\delta l}\right)$$



Distribusi posterior dari α_k, Y_k Distribusi prior dari Y_k adalah:

$$p(y_{ik} | \alpha_k, Z_k, \theta, \Omega) = N(\mu_{y_k} + \Lambda_{y_k}^T \omega_i, \psi_{y_k}) I_{(\alpha_k, z_{ik}, \alpha_k, z_{ik+1})}(y_{ik})$$

dan distribusi posterior untuk parameter α_k, Y_k adalah:

$$p(\alpha_k, Y_k | Z_k, \theta, \Omega) \propto \prod_{i=1}^n \phi[\psi_{y_k}^{-1/2}(y_{ik} - \mu_{y_k} - \Lambda_{y_k}^T \omega_i)] I_{(\alpha_k, z_{ik}, \alpha_k, z_{ik+1})}(y_{ik})$$

Hasil dari distribusi posterior untuk parameter struktural menunjukkan bahwa bentuknya *noclose form*, sehingga untuk menentukan nilai-nilai estimasi dari parameter struktural tersebut tidak dapat diselesaikan secara analitik, dengan kata lain penyelesaian dari estimasi ini akan dilakukan dengan menggunakan metode numerik dengan proses Gibbs sampling sebagai berikut: Menetapkan nilai awal untuk parameter yang akan diestimasi yaitu: $(\alpha^{(0)}, \theta^{(0)}, \Omega^{(0)}, Y^{(0)})$ selanjutnya nilai nilai estimasi untuk iterasi ke- m diperoleh dengan:

membangkitkan $\Omega^{(t+1)}$

dari $p(\Omega | \theta^{(t)}, \alpha^{(t)}, Y^{(t)}, Z)$

membangkitkan $\theta^{(t+1)}$

dari $p(\theta | \Omega^{(t+1)}, \alpha^{(t)}, Y^{(t)}, Z)$

membangkitkan $(\alpha^{(t+1)}, Y^{(t+1)})$

dari $p(\alpha, Y | \theta^{(t+1)}, \Omega^{(t+1)}, Z)$

Selanjutnya karena bentuk distribusi posterior dari $p(\alpha_k, Y_k | Z_k, \theta, \Omega)$ tidak standar dan komplek maka digunakan algoritma Metropolis Hasting untuk simulasi

pengamatan dari distribusi target $p(\alpha_k, Y_k | Z_k, \theta, \Omega)$.

Dengan proses simulasi:

Bangkitkan

$$\alpha_{k,z} \sim N(\alpha_{k,z}, \sigma_{\alpha k}^2) I_{(\alpha_{k,z-1}, \alpha_{k,z+1})}(\alpha_{k,z})$$

Selanjutnya bangkitkan sebuah sampel acak

$U \sim U_{[0,1]}$ dimana peluang penerimaan

(α_k, Y_k) sebagai pengamatan yang baru adalah $\min(1, R_k)$ dengan:

$$R_k = \frac{p(\alpha_k, Y_k | \theta, \Omega, Z_k) p(\alpha_k^{(t)}, Y_k^{(t)} | \alpha_k, Y, \theta, \Omega, Z_k)}{p(\alpha_k^{(t)}, Y_k^{(t)} | \theta, \Omega, Z_k) p(\alpha_k, Y_k | \alpha_k^{(t)}, Y_k^{(t)}, \theta, \Omega, Z_k)}$$

$$R_k = \prod_{z=2}^{k-1} \frac{\Phi^*[(\alpha_{k,z+1}^{(t)} - \alpha_{k,z}^{(t)}) / \sigma_{\alpha k}] - \Phi^*[(\alpha_{k,z+1} - \alpha_{k,z}^{(t)}) / \sigma_{\alpha k}]}{\Phi^*[(\alpha_{k,z+1} - \alpha_{k,z}) / \sigma_{\alpha k}] - \Phi^*[(\alpha_{k,z+1}^{(t)} - \alpha_{k,z}^{(t)}) / \sigma_{\alpha k}]} \times \prod_{i=1}^n \frac{\Phi^*[\psi_{y_k}^{-1/2}(\alpha_{k,z_{ik}+1} - \mu_{y_k} - \Lambda_{y_k}^T \omega_i)] - \Phi^*[\psi_{y_k}^{-1/2}(\alpha_{k,z_{ik}} - \mu_{y_k} - \Lambda_{y_k}^T \omega_i)]}{\Phi^*[\psi_{y_k}^{-1/2}(\alpha_{k,z_{ik}}^{(t)} - \mu_{y_k} - \Lambda_{y_k}^T \omega_i)] - \Phi^*[\psi_{y_k}^{-1/2}(\alpha_{k,z_{ik}} - \mu_{y_k} - \Lambda_{y_k}^T \omega_i)]}$$

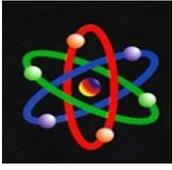
jika $U < \min(1, R_k)$ maka nilai baru dari α_k diterima, jika selainnya maka ulangi proses simulasi.

Uji Kekonvergenan

Estimated Potential Scale Reduction (EPSR) value atau dikenal juga dengan statistik Gelman–Rubin merupakan sebuah ukuran untuk melihat konvergenitas semua estimasi skalar yang dihasilkan dari algoritma Monte Carlo. Sampel hasil estimasi dikatakan konvergen jika nilai EPSR valuenya kurang dari 1,2.

Penilaian Model Fit (*Goodness of Fit*)

Menurut (Gelman, Meng, & Stern, 1996) *Goodness of fit* dari model yang diusulkan dapat diuji dengan Posterior Predictive p-value (PP) *p-value*. PP *p-value* didefinisikan sebagai probabilitas bahwa data replikasi akan lebih ekstrim dari data observasi. H_0 akan ditolak



jika nilai $\hat{P}_B(Z)$ atau probabilitas *tail area* mendekati 0.0 atau 1 dan sebaliknya H_0 diterima jika $\hat{P}_B(Z)$ mendekati 0.5

Data Percobaan

Data percobaan ini menggunakan data *Quality of Life* (QOL) (Group, 1998) yang terdiri dari 26 item, yang masing-masing itemnya diukur dengan lima skala Likert *sangat tidak memuaskan, tidak memuaskan, cukup, memuaskan, sangat memuaskan*, (1,2,3,4,5) dengan ukuran sampel sebanyak 338 pengamatan (“WinBUGS program Chapter 6,” n.d.). Penelitian ini ingin memeriksa pengaruh dari kesehatan fisik, kesehatan psikologi, hubungan sosial, dan lingkungan terhadap kualitas hidup secara umum.

Konstruksi Variabel

Variabel-variabel dalam penelitian ini adalah:

a. Kualitas Hidup (*Quality of Life*), merupakan variabel laten endogen yang dipengaruhi oleh empat variabel laten eksogen (kesehatan fisik, kesehatan psikologi, hubungan sosial, dan lingkungan). Dengan variabel indikator :

1. (Q1) kualitas hidup keseluruhan (*overall QOL*)
2. (Q2) kesehatan umum

b. Kesehatan Fisik (*Physical Health*) tubuh berfungsi normal atau tidak mengalami gangguan, dengan variabel indikator:

1. (Q3) rasa sakit dan ketidaknyamanan
2. (Q4) ketergantungan terhadap perawatan medis
3. (Q5) energi dan kelelahan
4. (Q6) mobilitas
5. (Q7) tidur dan istirahat

6. (Q8) aktifitas harian
7. (Q9) kapasitas kerja

c. Kesehatan Psikologi (*Psychological Health*). Dengan variabel indikator:

1. (Q10) pikiran positif
2. (Q11) keyakinan pribadi
3. (Q12) ingatan dan konsentrasi
4. (Q13) citra dan penampilan
5. (Q14) harga diri
6. (Q15) pikiran negative

d. Hubungan Sosial (*Social Relationships*). Dengan variabel indikator:

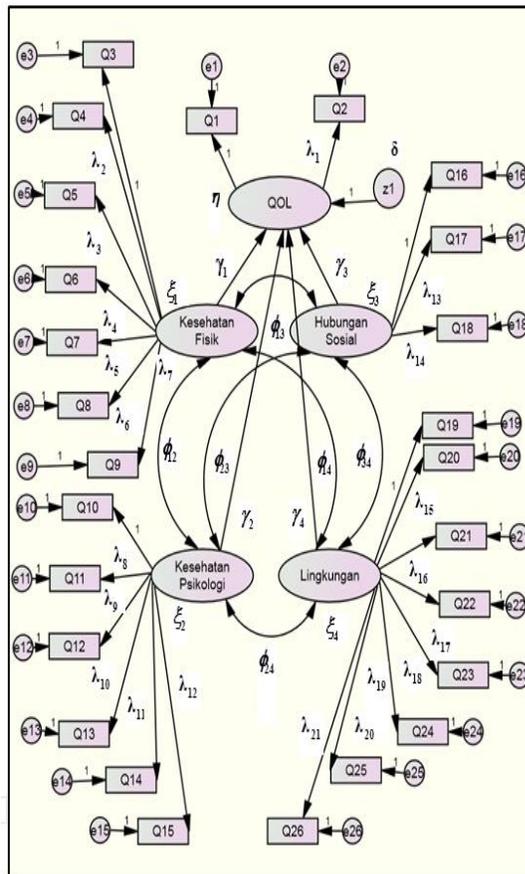
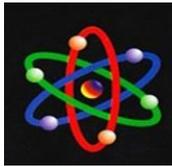
1. (Q16) hubungan pribadi
2. (Q17) aktifitas seksual
3. (Q18) dukungan social

e. Lingkungan (*Environment*). Dengan variabel indikator:

1. (Q19) keselamatan fisik dan keamanan
2. (Q20) lingkungan fisik
3. (Q21) sumber keuangan
4. (Q22) informasi kehidupan sehari hari
5. (Q23) partisipasi dalam aktivitas waktu luang
6. (Q24) keadaan hidup
7. (Q25) kualitas kesehatan aksesibilitas
8. (Q26) transportasi

Konstruksi Model

Diagram jalur dari model kualitas hidup adalah sebagai berikut:



Gambar 1 diagram jalur model kualitas hidup

Diagram jalur pada gambar 3 dapat dikonversikan kedalam model struktural dan model pengukuran sebagai berikut:

Model struktural

$$QOL = \gamma_1 \text{Kes.Fisik} + \gamma_2 \text{Kes.Psikologi} + \gamma_3 \text{Hub.Sosial} + \gamma_4 \text{Lingkungan} + \delta$$

Dalam bentuk matriks:

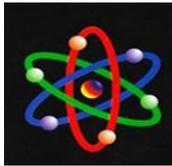
$$QOL = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Kes.Fisik} \\ \text{Kes.Psikologi} \\ \text{Hub.Sosial} \\ \text{Lingkungan} \end{bmatrix} + \delta$$

Model pengukuran $y_i = A \omega_i + \epsilon_i$

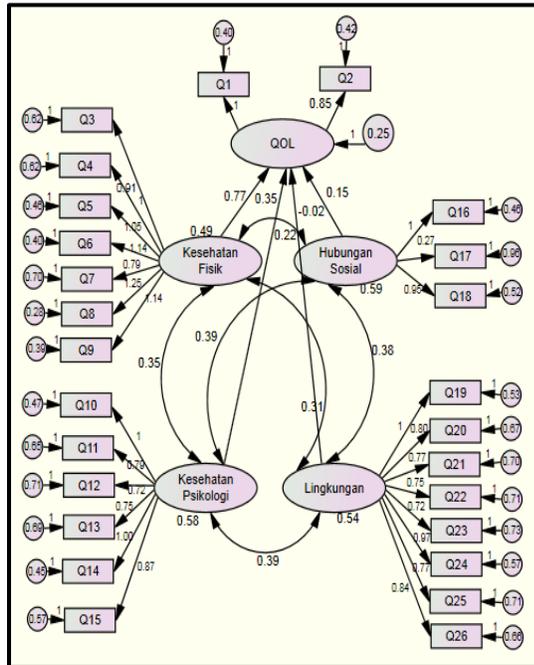
Dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \\ Q_8 \\ Q_9 \\ Q_{10} \\ Q_{11} \\ Q_{12} \\ Q_{13} \\ Q_{14} \\ Q_{15} \\ Q_{16} \\ Q_{17} \\ Q_{18} \\ Q_{19} \\ Q_{20} \\ Q_{21} \\ Q_{22} \\ Q_{23} \\ Q_{24} \\ Q_{25} \\ Q_{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{17} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{18} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{19} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{20} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} QOL \\ \text{Kes.Fisik} \\ \text{Kes.Psikologi} \\ \text{Hub.Sosial} \\ \text{Lingkungan} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \\ \epsilon_7 \\ \epsilon_8 \\ \epsilon_9 \\ \epsilon_{10} \\ \epsilon_{11} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{14} \\ \epsilon_{15} \\ \epsilon_{16} \\ \epsilon_{17} \\ \epsilon_{18} \\ \epsilon_{19} \\ \epsilon_{20} \\ \epsilon_{21} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{24} \\ \epsilon_{25} \\ \epsilon_{26} \end{bmatrix}$$

Sebelum melakukan estimasi parameter terlebih dahulu dilakukan identifikasi model untuk mengetahui apakah model dapat diestimasi atau tidak. Jumlah parameter yang diestimasi (t) dalam model ini sebanyak 62 parameter dan merupakan model *overidentified* sehingga parameter-parameternya dapat diidentifikasi diuji statistik dengan derajat bebas 269. Dengan menggunakan program WinBUGS14 (“WinBUGS program Chapter 6,” n.d.) dilakukan estimasi parameter-parameter untuk model kualitas hidup untuk

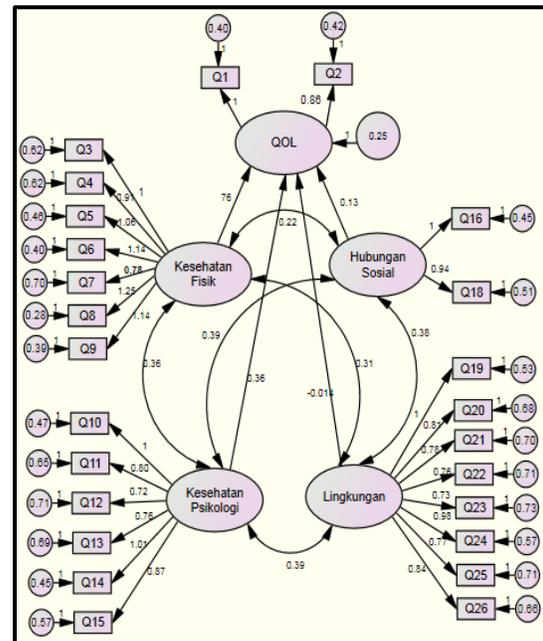


J=2000 iterasi setelah *burn-in* 1000 iterasi diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 2 Hasil estimasi parameter model

Dari gambar 2 terlihat semua loading faktor nilainya besar dari 0.5, kecuali nilai loading faktor untuk Hub.Sosial → Q₁₇ kurang dari 0.5, sehingga parameter Q₁₇ dianggap tidak signifikan mempengaruhi faktor hubungan sosial sehingga model dapat dimodifikasi dengan membuang parameter Q₁₇ dari model, dan diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 3 Estimasi parameter model yang signifikan

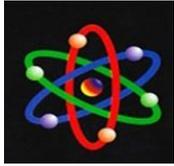
Berdasarkan Gambar 3 diperoleh Nilai estimasi dari persamaan struktural yang berhubungan dengan kualitas hidup dengan variabel laten kesehatan fisik, kesehatan psikologi, hubungan sosial dan lingkungan adalah sebagai berikut:

$$\eta = 0,76\xi_1 + 0,36\xi_2 + 0,14\xi_3 - 0,02\xi_4 + 0,25$$

dapat disimpulkan bahwa kesehatan fisik mempunyai efek yang sangat penting pada kualitas hidup, kemudian dilanjutkan dengan efek psikologis, dan hubungan sosial, sedangkan efek lingkungan tidak penting mempengaruhi kualitas hidup secara keseluruhan.

Selanjutnya dilakukan Uji Goodness of Fit. Misalkan H_0 : model yang diusulkan dapat diterima. Dengan

$$\chi^2_{hitung} = J^{-1} \sum_{j=1}^J (\chi^2(265)) = 264,6 \text{ dan}$$



$\chi^2_{tabel} = \chi^2_{(0,95;265)} = 303,97$ karena

$\chi^2_{hitung} < \chi^2_{tabel}$ maka diputuskan H_0

diterima dengan nilai PP p-valuenya yaitu:

$$\hat{P}_B(Z) = J^{-1} \sum_{j=1}^J \Pr \left[\chi^2(pn) \geq D(Y^{(j)} | \theta^{(j)}, \Omega^{(j)}) \right] \\ = 0,495$$

dengan nilai dari $\hat{P}_B(Z)$ mendekati 0.5 maka H_0 diterima artinya model yang diusulkan dapat diterima dan sesuai dengan data.

SIMPULAN

SEM Bayesian hanya berfokus pada penggunaan data individu dengan memanfaatkan informasi prior sebagai informasi awal untuk memperoleh distribusi posterior, dengan menggunakan algoritma MCMC yaitu Gibbs Sampling dan MH.

DAFTAR PUSTAKA

- Box., G.E.P., Tiao, G.C.1973. Bayesian Inference in Statistical Analysis. John Wiley & Sons Inc. New York.
- Gelman, A., Meng, X., & Stern, H. (1996). Posterior Predictive Assessment Of Model Fitness Via Realized Discrepancies. *Statistica Sinica*, 6, 733–807.
- Gilks, W. R., Richardson, S., & Spiegelhalter, D. J. (1996). Introducing Markov Chain Monte Carlo. *Markov Chain Monte Carlo in Practice*. Retrieved from http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4899-4485-6_1
- Group, T. W. (1998). Development of the World Health Organization WHOQOL-BREF quality of life assessment. The WHOQOL Group. *Psychol Med*, 28(3), 551–558. <http://doi.org/10.5.12>

- Lee, S. (2007). *Struktural Equation Modeling A Bayesian Approach*. (D. J. Balding, Ed.). Hongkong: John Wiley & Sons, Ltd.
- WinBUGS program Chapter 6. (n.d.), 15–17. Retrieved from www.wiley.com/go/lee_structural